



Pole trójkąta

Materiał składa się z sekcji: "Wzór na pole trójkąta", "Pole trójkąta równobocznego".

Materiał zawiera 7 ilustracji (fotografii, obrazów, rysunków), 26 ćwiczeń, w tym 9 interaktywnych.

Aplet: wyznaczanie wzoru na pole trójkąta.

Zawartość tekstowa: twierdzenie - pole trójkąta, twierdzenie - pole trójkąta prostokątnego, pole trójkąta równobocznego.

Ćwiczenia: wyznaczanie pola trójkąta (w tym równobocznego i prostokątnego), również w sytuacjach praktycznych.

Pole trójkąta

Wzór na pole trójkąta

Przykład 1

Rysunek przedstawia trójkąt ABC o podstawie a i wysokości h . Odcinek DE dzieli wysokość trójkąta na dwie równe części.

Przemieszczając odpowiednio części trójkąta, zbuduj prostokąt. Określ długości boków tego prostokąta i oblicz jego pole.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Czy pole trójkąta ABC jest większe, czy mniejsze od pola otrzymanego prostokąta? Dlaczego?

Twierdzenie: Pole trójkąta

Pole P trójkąta o wysokości h poprowadzonej do podstawy długości a jest równe $P = \frac{a \cdot h}{2}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Pole trójkąta równoramiennego jest równe 420 cm^2 . Oblicz obwód trójkąta, jeżeli jego podstawa ma długość 40 cm .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczamy wysokość h trójkąta.

$$420 = \frac{40 \cdot h}{2}$$

$$h = 21 \text{ cm}$$

Obliczamy długość a boku trójkąta, korzystając z twierdzenia Pitagorasa.

$$h^2 + \left(\frac{40}{2}\right)^2 = a^2$$

$$21^2 + 20^2 = a^2$$

$$441 + 400 = a^2$$

$$841 = a^2$$

$$a = \sqrt{841} = 29$$

$$a = 29 \text{ cm}$$

Obliczamy obwód trójkąta.

$$L = 2a + 40$$

$$L = 2 \cdot 29 + 40 = 98$$

$$L = 98 \text{ cm}$$

Obwód trójkąta jest równy 98 cm.

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne są zarazem wysokościami trójkąta. Zatem, aby obliczyć pole trójkąta prostokątnego, wystarczy znać długości jego przyprostokątnych.

Twierdzenie: Pole trójkąta prostokątnego

Pole trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości a i b jest równe $P = \frac{a \cdot b}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Oblicz pole trójkąta, w którym miary dwóch kątów są równe 30° i 60° , a najdłuższy bok jest równy 4. W trójkącie, w którym miary dwóch kątów są równe 30° i 60° , trzeci kąt ma miarę 90° .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zatem jest to trójkąt prostokątny.

Najdłuższy bok to przeciwprostokątna, ma ona długość 4. Z własności trójkąta prostokątnego o kątach ostrych 30° i 60° wynika, że przyprostokątne tego trójkąta mają długości 2 i $2\sqrt{3}$.

Obliczamy pole trójkąta.

$$P = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Pole trójkąta jest równe $2\sqrt{3}$.

Pole trójkąta równobocznego

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wysokość trójkąta równobocznego o boku długości a jest równa $\frac{\sqrt{3}}{2} a$. Wstawiając tę wartość do wzoru na pole trójkąta, otrzymujemy wzór na pole trójkąta równobocznego

$$P = \frac{ah}{2} = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Twierdzenie: Pole trójkąta równobocznego

Pole trójkąta równobocznego o boku długości a jest równe $P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Pole trójkąta jest równe P . Podstawa trójkąta ma długość równą wysokości poprowadzonej do tej

podstawy. Oblicz długość podstawy.

Ćwiczenie 2

Pole trójkąta jest równe 20 cm^2 . Oblicz

1. wysokość trójkąta, wiedząc, że podstawa do której poprowadzono wysokość, jest równa 4 cm.
2. długość podstawy trójkąta, wiedząc, że wysokość poprowadzona do tej podstawy, jest równa 1 dm.

Ćwiczenie 3

Wysokość CD trójkąta ABC dzieli podstawę AB w stosunku 1:3. Wykaż, że pola trójkątów ADC oraz DBC pozostają również w stosunku 1:3.

Ćwiczenie 4

Wysokość CD trójkąta ABC ma długość 8 i dzieli podstawę AB w stosunku 1:3. Pole trójkąta jest równe 32. Oblicz pole trójkąta ADC oraz pole trójkąta DBC.

Ćwiczenie 5

Wysokość CD trójkąta ABC dzieli podstawę AB w stosunku 1:3. Oblicz iloraz pól trójkątów ADC oraz DBC.

Ćwiczenie 6

Skonstruuj trójkąt o bokach $|AC| = 14$, $|BC| = 20$ oraz wysokości CD równej 12. Oblicz pole wyznaczonego trójkąta. Przeanalizuj jednoznaczność rozwiązania.

Ćwiczenie 7

Oblicz pole trójkąta ABC.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Oblicz pole trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości 9,5 cm i 12 cm.

Ćwiczenie 9

Oblicz pole trójkąta prostokątnego równoramiennego o przeciwprostokątnej długości

1. $6\sqrt{2}$
2. $0,5\sqrt{2}$
3. $\frac{1}{2}$
4. $\frac{1}{5}$

Ćwiczenie 10

Zmień położenie wierzchołków trójkąta ABC tak, aby otrzymać trójkąt prostokątny. Oblicz pole tego trójkąta, przyjmując, że długość jednej kratki jest równa 1.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 11

Pole trójkąta prostokątnego jest równe 12. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej, wiedząc, że

1. pierwsza przyprostokątna ma długość 4
2. pierwsza przyprostokątna jest równa drugiej
3. pierwsza przyprostokątna jest dwukrotnie dłuższa od drugiej
4. pierwsza przyprostokątna jest trzykrotnie krótsza od drugiej

Ćwiczenie 12

Oblicz obwód L trójkąta prostokątnego wiedząc, że

1. jego pole jest równe 6, a jedna z przyprostokątnych ma długość 4
2. jego pole jest równe 30, a jedna z przyprostokątnych ma długość 12
3. jego przyprostokątne są równe, a pole wynosi 24,5.

Ćwiczenie 13

Udowodnij, że pole trójkąta rozwartokątnego jest różnicą pól dwóch trójkątów prostokątnych.

Ćwiczenie 14

Oblicz pole P trójkąta równoramiennego, którego podstawa ma długość 80, a ramię 41.

Ćwiczenie 15

Ramiona trójkąta równoramiennego mają długość 10, a jego podstawa ma długość 16. Oblicz pole tego trójkąta.

Ćwiczenie 16

Oblicz obwód L trójkąta równoramiennego, którego pole jest równe 660, a podstawa ma długość 120.

Ćwiczenie 17

Pole trójkąta równobocznego o boku długości $\sqrt{2}$ dm wynosi

- 2 dm^2
- $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dm}^2$
- $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dm}$

Ćwiczenie 18

Pole P trójkąta równobocznego o wysokości $9\sqrt{3}$ cm wynosi

- 100 cm^2
- $80\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- $81\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Ćwiczenie 19

Pole trójkąta równobocznego o obwodzie 12 mm wynosi

- $4\sqrt{3} \text{ mm}^2$
- $\sqrt{3} \text{ mm}^2$
- $12\sqrt{3} \text{ mm}^2$

Ćwiczenie 20

Oblicz wysokość h trójkąta równobocznego, którego pole P jest równe liczbie ze zbioru $\{\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 15\sqrt{3}, 16\sqrt{3}\}$.

Pole trójkąta równobocznego o boku długości a wynosi: $P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, stąd $a = \sqrt{\frac{4P\sqrt{3}}{3}}$.

Ćwiczenie 21

Oblicz obwód L trójkąta równobocznego, którego pole P jest równe liczbie ze zbioru $\{\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 15\sqrt{3}, 16\sqrt{3}\}$. Pole trójkąta równobocznego o boku długości a wynosi $P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, stąd $a = \sqrt{\frac{4P}{\sqrt{3}}}$.

Ćwiczenie 22

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Pole trójkąta równobocznego o boku długości 3 wyraża się liczbą naturalną.
- Pole trójkąta równobocznego zawsze wyraża się liczbą niewymierną.
- Jeśli pole trójkąta równobocznego wyraża się liczbą niewymierną, to również obwód tego trójkąta wyraża się liczbą niewymierną.

Przetwarzam wzory matematyczne: 93%