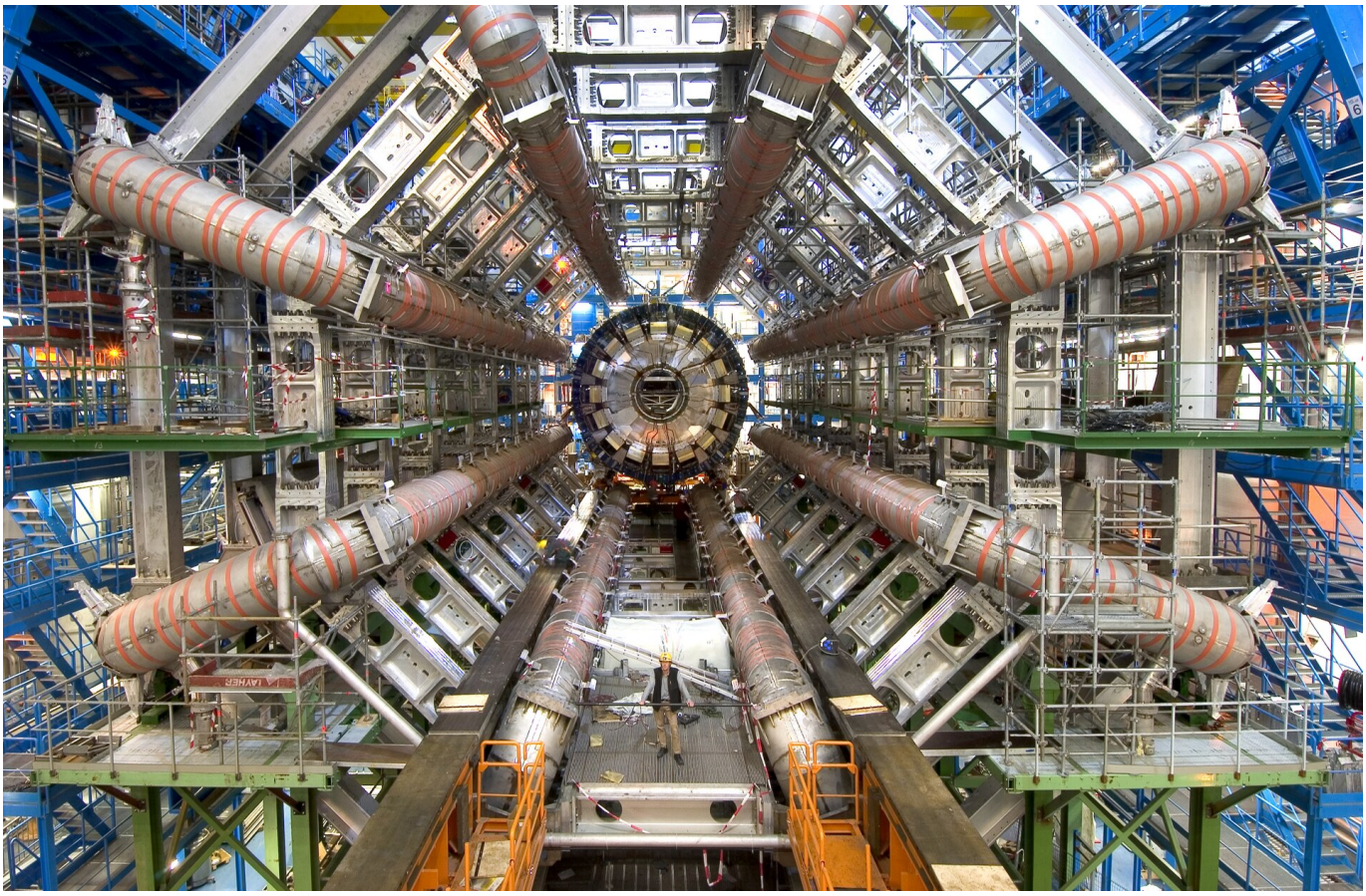


Jak obliczyć energię wiązania dla dowolnego izotopu?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Czy to nie ciekawe?

Ważną wielkością opisującą jądro atomowe jest jego energia wiązania, która mówi nam, ile energii należy dostarczyć do jądra, aby rozbić je na jego poszczególne składniki, czyli nukleony. Pojęcie energii wiązania odnosi się jednak nie tylko do jądra atomowego, ale do każdego układu związanego, np. atomu, czy cząsteczki. W tych e-materiałach porównamy energię wiązania jądra atomowego z energią wiązania elektronów w atomie.

> **Twoje cele**
>
> W tym e-materiale:
>
> - dowiesz się, czym jest energia wiązania,
> - poznasz metody obliczania energii wiązania różnych układów związanych,
> - zrozumiesz, dlaczego masa układu związanego jest mniejsza od sumy mas jego swobodnych składników,
> - oszacujesz energię całkowitej jonizacji atomu węgla oraz energię wiązania jego jądra,
> - poznasz i ocenisz argumenty przemawiające za poglądem, że całkowita energia wiązania atomu jest w przybliżeniu równa energii wiązania jego jądra,
> - zrozumiesz, dlaczego deficyt masy jest miarą energii wiązania układu.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Układy fizyczne, których poszczególne składniki utrzymywane są razem dzięki wzajemnym, przyciągającym oddziaływaniom, nazywamy **układami związanymi**. Jądro atomowe jest układem związanym, w którym nukleony utrzymują się razem dzięki oddziaływaniom jądrowym. Innym przykładem jest atom, w którym jądro i elektrony utrzymywane są razem dzięki przyciągającym oddziaływaniom elektromagnetycznym. Podobnie, dzięki oddziaływaniom elektromagnetycznym grupy atomów tworzą cząsteczki. Po drugiej stronie skali mamy natomiast obiekty astronomiczne, które tworzą układy związane dzięki przyciągającym oddziaływaniom grawitacyjnym.

Aby rozbić układ związany na jego poszczególne składniki należy do niego dostarczyć odpowiednią ilość energii. Innymi słowy, aby rozbić układ, musimy pokonać działające między jego składnikami oddziaływania – musimy więc wykonać pracę. Ilość energii niezbędna do rozbicia układu związanego na jego poszczególne składniki nosi nazwę **energii wiązania układu**.

Energia wiązania układu jest ilościowo równa energii wyzwolonej w procesie jego powstawania, czyli łączenia się poszczególnych składników (często w wielu etapach). Emisja energii w procesie łączenia się składników układu ma ogromne konsekwencje. Oznacza to, że całkowita energia układu związanego jest mniejsza niż suma energii jego niezwiązanych składników. Zgodnie z zasadą równoważności masy i energii sformułowaną przez Einsteina, miarą zawartej w obiekcie, lub układzie energii jest jego masa. Różnica w energiach układu i jego niezwiązanych składników wyraża się zatem w pewnym **deficycie (ubytku) masy**. W rezultacie masa spoczynkowa układu związanego jest mniejsza niż suma mas jego elementów składowych.

Prześledźmy teraz, jak obliczyć energię wiązania układu związanego, jakim jest jądro atomowe składające się z Z protonów i N neutronów. Energię spoczynkową możemy obliczyć korzystając ze wzoru Einsteina $E = mc^2$, gdzie m to masa spoczynkowa obiektu, a $c = 3 \cdot 10^8$ m/s to prędkość światła w próżni. Energia spoczynkowa jądra o masie M_j wynosi zatem $M_j c^2$. Analogicznie obliczamy energie spoczynkowe dla protonu $m_p c^2$ i neutronu $m_n c^2$. W fizyce atomowej i subatomowej przyjęło się wyrażać energię w elektronowoltach (1 eV = $1{,}602177 \cdot 10^{-19}$ J), a masę w jednostkach eV/c^2, czyli w elektronowoltach podzielonych przez c do kwadratu, przy czym 1 eV/c^2 = $1{,}782662 \cdot 10^{-36}$ kg. Masa protonu w tych jednostkach wynosi 938,272 MeV/c^2 (czyt. megaelektronowoltów na c^2, czyli milionów eV/c^2), a masa neutronu to 939,565 MeV/c^2. Jednostka ta jest bardziej praktyczna w obliczeniach niż kg, ponieważ energia spoczynkowa danego obiektu jest liczbowo równa jego masie wyrażonej w eV/c^2. Trzeba tylko zamienić jednostkę masy na jednostkę energii

eV. Energie spoczynkowe protonu i neutronu wynoszą zatem kolejno 938,272 MeV i 939,565 MeV.

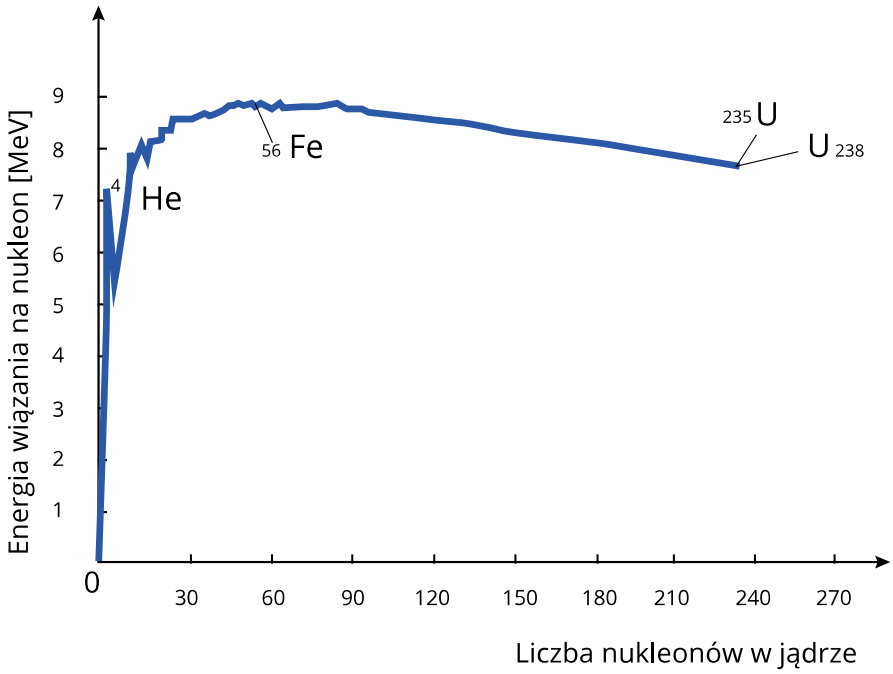
Energia wiązania jądra atomowego B_j dana jest przez różnicę sumarycznej energii spoczynkowej Z protonów i N neutronów i energii spoczynkowej jądra:

$$B_j = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - M_jc^2.$$

Łatwo zauważyć, że prawa strona powyższego wzoru to nic innego, jak iloczyn **deficytu masy** układu $\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_j$ i kwadratu prędkości światła c^2.

Dla przykładu policzymy energię wiązania jądra węgla $^{14}_{6}\mathrm{C}$. Liczba masowa A tego jądra to 14, a liczba atomowa Z to 6. Jądro to składa się zatem z 6 protonów i $N = A - Z = 8$ neutronów. Masa jądra $^{14}_{6}\mathrm{C}$ wynosi 13040,872 MeV/c^2. Podstawiając do wzoru, dostajemy, że B_j = 6 · 938,272 MeV/c^2 · c^2 + 8 · 939,565 MeV/c^2 · c^2 - 13040,872 MeV/c^2 · c^2 = 105,280 MeV.

Energia niezbędna do rozbicia jądra na jego poszczególne składniki zależy, jak widać, od składu jądra i wynosi od kilkunastu-kilkudziesięciu MeV dla lekkich jąder do prawie 2000 MeV dla jąder najcięższych. Aby ułatwić porównywanie energii wiązań różnych jąder atomowych, przyjęło się podawać wartość B_j w przeliczeniu na nukleon (Rys. 1.). W tym celu wystarczy podzielić obliczoną wartość B_j przez liczbę masową jądra $A = N + Z$, dla którego wykonujemy rachunki. Dla większości stabilnych jąder atomowych **średnia energia wiązania przypadająca na nukleon**, B_j/A, wynosi około 8 MeV. Dla jądra $^{14}_{6}\mathrm{C}$ na jeden nukleon przypada energia wiązania równa 7,520 MeV.



Rys. 1. Energia wiązania nukleonów w jądrze atomowym w przeliczeniu na jeden nukleon w funkcji liczby masowej jądra.

Źródło: dostępny w internecie: https://pl.wikipedia.org/wiki/Energia_wi%C4%85zania#/media/Plik:Binding_energy_curve_-_common_isotopes-pl.svg [dostęp 19.04.2022 r.], licencja: CC BY 3.0.

Przejdźmy teraz do atomu i zastanówmy się, jaka jest energia wiązania układu składającego się z dodatnio naładowanego jądra oraz ujemnie naładowanych, krążących wokół niego, elektronów. Jeżeli chcielibyśmy oderwać od atomu jeden elektron, musielibyśmy pokonać działające między nim a resztą atomu oddziaływanie przyciągające. Ilość energii, którą trzeba dostarczyć do obojętnego atomu, aby oderwać najsłabiej związany elektron, nazywamy **energią jonizacji atomu**. Energia ta zależy od pierwiastka i wynosi od kilku do kilkunastu eV (jedynie dla helu i neonu przekracza ona wartość 20 eV). Odrywanie kolejnych elektronów od atomu wymaga coraz większej pracy. Dla atomów najcięższych pierwiastków **energia całkowitej jonizacji** B_e, czyli energia potrzebna na oderwanie od atomu wszystkich elektronów, jest rzędu kilkuset keV (kiloelektronowoltów, 1 keV = 1000 eV). Energia B_e jest zatem energią niezbędną do rozbicia atomu na jądro atomowe i swobodne elektrony. Możemy zatem zapisać, że

$$B_e = M_j c^2 + Z m_e c^2 - M_a c^2$$

gdzie M_a to masa atomu, M_j oznacza, tak jak wcześniej, masę jądra atomowego, a m_e = 0,511 MeV/c^2 to masa elektronu. Jak widać z powyższego przykładu, pojęcie energii wiązania można również odnieść do wybranych elementów układu, wystarczy, że między tymi elementami występują przyciągające oddziaływania. Możemy nie tylko określić energię wiązania pojedynczego elektronu w atomie (układ elektron-reszta atomu), tak jak to zrobiliśmy powyżej, ale również określić energię wiązania pojedynczego nukleonu w jądrze (układ nukleon-reszta jądra), czy energię potrzebną do rozbicia cząsteczki. Dla przykładu masa atomu węgla $^{14}_{6}\mathrm{C}$ wynosi 13043,937 MeV/c^2. Po podstawieniu do wzoru otrzymujemy, że energia całkowitej jonizacji jest sto tysięcy razy mniejsza niż energia wiązania jądra atomowego i jest rzędu 1 keV.

Pójdźmy teraz o krok dalej i zastanówmy się, ile energii potrzebujemy, aby rozbić obojętny atom danego pierwiastka na jego poszczególne elementy składowe, czyli swobodne neutrony, protony i elektrony. Energia ta musi wystarczyć na oderwanie wszystkich elektronów i rozbicie jądra na poszczególne nukleony. **Całkowita energia wiązania dowolnego atomu** B jest zatem sumą energii całkowitej jonizacji B_e i energii wiązania jądra atomowego B_j. Dodając stronami B_e i B_j otrzymujemy, że

$$B = Z m_p c^2 + N m_n c^2 + Z m_e c^2 - M_a c^2.$$

Prawa strona wzoru to po prostu różnica sumarycznej masy swobodnych składników atomu, $Z m_p + N m_n + Z m_e$, i masy samego atomu pomnożona przez c^2. Wzór ten występuje często w postaci

$$B = [Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - M_a] \cdot c^2.$$

Główny wkład do B będzie miała oczywiście energia wiązania jądra atomowego, która jest setki tysięcy razy większa od energii potrzebnej na całkowitą jonizację atomu. Nie powinno to dziwić, gdyż ponad 99,9% masy atomu stanowi masa jądra, a oddziaływania jądrowe

spajające jądro są dużo silniejsze od oddziaływań elektromagnetycznych utrzymujących elektrony na ich orbitach. Z tego powodu, powyższy wzór można wykorzystać do określenia energii wiązania jądra atomowego. Wystarczy przyjąć, że $B \approx B_j$.

Więcej na temat deficytu masy możesz przeczytać w e-materiałach „Co to jest deficyt masy i jak go obliczyć dla dowolnego izotopu?". Zależność średniej energii wiązania na nukleon w funkcji liczby masowej jądra omówiona jest w e-materiałach „Jak definiujemy energię wiązania nukleonów w jądrze?".

Słowniczek

Energia wiązania jądra atomowego

(*ang.: nuclear binding energy*) energia potrzebna do rozdzielenia jądra atomowego na swobodne protony i neutrony.

Defekt (deficyt) masy

(*ang.: mass defect*) różnica między sumą mas poszczególnych składników układu fizycznego a masą tego układu.

Nukleony

(*ang.: nucleons*) składniki jąder atomowych, wspólna nazwa dla protonów i neutronów.

1 MeV/c^2

czyt. megaelektronowolt na c^2, gdzie c oznacza prędkość światła w próżni. Jednostka masy używana w fizyce subatomowej równa $1{,}783 \cdot 10^{-30}$ kg.

Film samouczek

Jak obliczyć energię separacji nukleonu?

W filmie pokazana jest metoda obliczania energii separacji neutronu, czyli energii, którą należy dostarczyć do jądra atomowego, aby oderwać od niego jeden neutron. Energie separacji protonu i neutronu różnią się od siebie, dlatego dla danego jądra podaje się dwie wielkości.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DDXQYgfgC

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 1

Oblicz energię separacji neutronu S_n dla jądra węgla $^{14}_{6}C$. Przyjmij, że masa jądra $^{14}_{6}C$ wynosi 13040,9 MeV/c ^{2}, masa jądra $^{13}_{6}C$ wynosi 12109,5 MeV/c ^{2}, a masa neutronu to 939,6 MeV/c ^{2}.

Energia separacji neutronu S_n dla jądra węgla $^{14}_{6}C$ wynosi [ ] MeV.

Polecenie 2

Oblicz energię separacji protonu S_p dla jądra węgla $^{14}_{6}C$. Przyjmij, że masa jądra $^{14}_{6}C$ wynosi 13040,9 MeV/c ^{2}, masa jądra boru $^{13}_{5}B$ wynosi 12123,4 MeV/c ^{2}, a masa protonu to 938,3 MeV/c ^{2}.

Energia separacji protonu S_p dla jądra węgla $^{14}_{6}C$ wynosi [ ] MeV.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

Wskaż rodzaj dominującego oddziaływania w danym układzie złożonym.

Odpowiedź:

Układ złożony - Dominujące oddziaływanie:

1. Jądro atomowe – [ ]
2. Atom – [ ]
3. Układ Słoneczny – [ ]

oddziaływanie grawitacyjne | oddziaływania silne | oddziaływanie elektromagnetyczne

Ćwiczenie 2

Masa atomu węgla $^{14}_{6}\mathrm{C}$ wynosi 13044 MeV/c^2. Ile wynosi masa tego jądra w kg? Przyjmij, że 1 eV/c^2 = 1,783 · 10^{-36} kg. Podaj odpowiedź z dokładnością do czterech cyfr znaczących.

Odpowiedź: Masa atomu węgla $^{14}_{6}\mathrm{C}$ wynosi [ ] · 10^{-27} kg.

Ćwiczenie 3

Oblicz energię spoczynkową cząstki α, czyli jądra atomu helu $^{4}_{2}\mathrm{He}$. Wynik podaj w MeV w zaokrągleniu do liczb całkowitych. Masa cząstki α wynosi 6,645 · 10^{-27} kg. Przyjmij, że 1 eV/c^2 = 1,783 · 10^{-36} kg.

Odpowiedź: Energia spoczynkowa cząstki α wynosi [ ] MeV.

Ćwiczenie 4

Stopień jonizacji	Energia jonizacji (eV)
1	11,3
2	24,4
3	47,9
4	64,5
5	392,1
6	490,0

Energie jonizacji pierwiastków, czyli energie potrzebne do oderwania elektronów z atomów gazów lub jonów skatalogowane są w tabelach chemicznych. Pierwsza energia jonizacji podana jest dla obojętnego elektrycznie atomu. Druga, trzecia i kolejne energie jonizacji to energie potrzebne do oderwania kolejnych elektronów z pojedynczo, podwójnie itd. naładowanego jonu. W tabeli podano kolejne energie jonizacji węgla w eV. Ile energii należy dostarczyć do obojętnego atomu węgla, aby go całkowicie zjonizować?

Odpowiedź:

Energia całkowitej jonizacji atomu węgla wynosi [ ] eV.

Ćwiczenie 5

Oblicz energię wiązania jądra fluoru $^{19}_{9}\mathrm{F}$. Przyjmij, że masa spoczynkowa jądra fluoru wynosi 17692,304 MeV/c^2, a masy spoczynkowe protonu i neutronu wynoszą kolejno 938,272 MeV/c^2 i 939,565 MeV/c^2. Wynik podaj w MeV w zaokrągleniu do liczb całkowitych.

Odpowiedź: Energia wiązania jądra fluoru $^{19}_{9}\mathrm{F}$ wynosi [ ] MeV.

Ćwiczenie 6

Oblicz całkowitą energię wiązania atomu żelaza $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$, czyli energię potrzebną na rozbicie tego atomu na swobodne elektrony i nukleony. Masa atomu żelaza wynosi 52103,063 MeV/c^2. Przyjmij, że masa protonu m_p = 938,272 MeV/c^2, masa neutronu m_n = 939,565 MeV/c^2, a masa elektronu m_e = 0,511 MeV/c^2. Wynik podaj w MeV w zaokrągleniu do liczb całkowitych.

Odpowiedź: Całkowita energia wiązania atomu żelaza $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ = [ ] MeV.

Ćwiczenie 7

Energię całkowitej jonizacji atomu danego pierwiastka można oszacować, korzystając ze wzoru

$$B_e = (0,01 \cdot Z)^{2,5}\ \mathrm{MeV},$$

gdzie Z to liczba atomowa. Dla pierwiastków, o jakim Z energia całkowitej jonizacji przekracza energię spoczynkową elektronu? Przyjmij, że masa spoczynkowa elektronu wynosi 0,511 MeV/c^2.

Odpowiedź: $Z \geq$ [ ]

Ćwiczenie 8

Czy dwie cząstki α mogą stworzyć układ związany? Masa cząstki α, czyli jądra atomu helu $^{4}_{2}\mathrm{He}$, wynosi 3728,401 MeV/c^2, a masa jądra atomu berylu $^{8}_{4}\mathrm{Be}$ to 7456,894 MeV/c^2. Uzasadnij swoją odpowiedź.

Uzupełnij

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Tomasz Cap
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	**Jak obliczyć energię wiązania dla dowolnego izotopu?**
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	**Cele kształcenia – wymagania ogólne** II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. **Zakres podstawowy** **Treści nauczania – wymagania szczegółowe** I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności; 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem. XI. Fizyka jądrowa. Uczeń: 6) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciami energii wiązania i deficytu masy; oblicza te wielkości dla dowolnego izotopu. **Zakres rozszerzony** **Treści nauczania – wymagania szczegółowe** I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności; 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem. XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Uczeń: 8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Kształtowane kompetencje kluczowe:	**Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:** • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wie, czym jest energia wiązania jądra atomowego. 2. stosuje wzór $E=mc^2$ oraz jednostki eV i $\frac{eV}{c^2}$. 3. porównuje energię wiązania jądra z energią całkowitej jonizacji atomu. 4. oblicza całkowitą energię wiązania danego atomu.
Strategie nauczania:	IBSE
Metody nauczania:	wykład informacyjny, rozwiązywanie zadań rachunkowych
Formy zajęć:	praca indywidualna, praca w parach
Środki dydaktyczne:	rzutnik lub ekran do wyświetlania multimedium
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel wprowadza pojęcie układu związanego i omawia kilka przykładowych układów (np. jądro atomowe, atom, cząsteczka itd.), zwracając uwagę na rodzaj oddziaływań występujących pomiędzy elementami układu. Nauczyciel prosi uczniów o przypomnienie podstawowych faktów na temat budowy jądra atomowego i atomu oraz cech oddziaływań jądrowych i elektromagnetycznych.	
Faza realizacyjna:	

Nauczyciel wprowadza pojęcie energii wiązania i pokazuje, w jaki sposób można obliczyć energię wiązania jądra atomowego. Uczniowie przypominają wzór Einsteina wyrażający równoważność masy i energii. Nauczyciel podaje i wyjaśnia wzór $B_j = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - M_jc^2$. Nauczyciel omawia związek energii wiązania z deficytem masy układu. Nauczyciel wprowadza jednostkę energii eV i jednostkę masy $\frac{eV}{c^2}$ i wyjaśnia, dlaczego jednostki te są bardziej praktyczne niż J i kg. Nauczyciel podaje masy spoczynkowe nukleonów w kg i prosi uczniów o obliczenie ich energii spoczynkowych w J, a następnie w MeV. Nauczyciel podaje masę jądra atomu węgla ^{12}C i prosi uczniów, aby korzystając z podanego wzoru i mas nukleonów, obliczyli jego energię wiązania w MeV. Nauczyciel przypomina pojęcie energii jonizacji atomu i pokazuje, w jaki sposób można obliczyć całkowitą energię jonizacji danego atomu. Nauczyciel wprowadza i wyjaśnia wzór $B_e = M_jc^2 + Zm_ec^2 - M_ac^2$. Nauczyciel rozwiązuje z uczniami zadanie 4 z zestawu ćwiczeń (obliczanie całkowitej energii jonizacji atomu węgla). Nauczyciel porównuje energie całkowitej jonizacji atomu węgla z energią wiązania jego jądra i wyprowadza wzór na całkowitą energię wiązania atomu $B = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 + Zm_ec^2 - M_ac^2$.	
Faza podsumowująca:	
Nauczyciel podsumowuje zebrane informacje i prosi uczniów o wykorzystanie podanych wzorów do obliczenia całkowitej energii wiązania atomu żelaza $^{56}_{26}Fe$ (zadanie 6 z zestawu ćwiczeń).	
Praca domowa:	
Uczniowie utrwalają wiedzę i zdobyte umiejętności przez rozwiązanie w domu zadań 1, 2, 3, 5 z zestawu ćwiczeń.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium	Film samouczek, uczniowie mogą obejrzeć na lub po lekcji.