0197 Ruch ciała na równi pochyłej z uwzględnieniem tarcia

Czy to nie ciekawe?

W wyidealizowanej sytuacji opory ruchu nie występują i ruch odbywa się bez żadnych utrudnień. Wszyscy jednak wiemy, że takie uproszczenie może prowadzić do nierealistycznych wyników. Przy założeniu, że ruch na równi pochyłej zachodzi bez tarcia, otrzymamy, że ciało będzie zsuwać się w dół z pewnym stałym przyspieszeniem, zależnym od kąta nachylenia równi. W rzeczywistości, na przykład, gdy zjeżdżamy sankami z górki o małym nachyleniu, sanki nie rozpędzają się!

W tym e-materiale wyjaśnimy, jak siła tarcia wpływa na ruch ciał na równi pochyłej. Uzyskane wyniki odnieść możesz m.in. do sankarza zjeżdżającego z górki lub też narciarza na stoku.

Rys. a. Narciarz na stoku

Rys. a. Narciarz na stoku

Twoje cele

- dowiesz się jakie siły działają na ciało umieszczone na równi, z uwzględnieniem tarcia,
- poznasz metodę rozkładania wektorów sił na składowe,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do wyznaczania ruchu ciał na równi.

Przeczytaj

Warto przeczytać

W e-materiale „Rozkład sił działających na ciało umieszczone na równi pochyłej” oraz „Jak opisać ruch ciał na równi pochyłej?” przedstawiliśmy, w jaki sposób należy opisywać ruch ciał na równi pochyłej w sytuacji, gdy nie występuje tarcie. Zakładaliśmy zatem, że powierzchnia równi pochyłej jest idealnie gładka, a ponadto nie występuje opór powietrza. Aby nieco urealnić nasze rozumowanie, sprawdzimy, co dzieje się, gdy dopuścimy istnienie tarcia. Siły działające w takim przypadku na ciało znajdujące się na równi o kącie nachylenia α przedstawiliśmy na Rys. 1.

Rys. 1. Siły działające na ciało znajdujące się na równi pochyłej

Na umieszczony na równi klocek działają trzy podstawowe siły: siła ciężkości F_g, pochodząca od oddziaływania grawitacyjnego ciała na równi z Ziemią, siła reakcji równi F_r będąca reakcją na nacisk N klocka na powierzchnię równi oraz siła tarcia T.

Na rysunku widoczne są dodatkowo składowe siły ciężkości, równoległa i prostopadła do powierzchni równi. Jak wyznaczyć wartości tych składowych? Konstrukcja ta również została przedstawiona na Rys. 1. Siła ciężkości jest przekątną prostokąta, którego boki są prostopadłe i równoległe do powierzchni równi, a jeden z wierzchołków tego prostokąta umieszczony jest w punkcie przyłożenia siły ciężkości. Jak widać z rysunku, długości boków tego prostokąta (i jednocześnie wartości składowych) wyznaczyć można, wykorzystując proste relacje trygonometryczne między bokami i kątem α:

$$\sin\alpha = Fg_{\parallel}\ Fg \rightarrow Fg_{\parallel} = Fg \sin\alpha = mg \sin\alpha$$

$$\cos\alpha = Fg_{\perp}\ Fg \rightarrow Fg_{\perp} = Fg \cos\alpha = mg \cos\alpha$$

Siła nacisku klocka na podłoże N pochodzi od prostopadłej składowej siły ciężkości działającej na klocek i jest jej równa co do wartości. Zastanówmy się teraz, jak określić cechy siły tarcia T. Zgodnie z definicją, jest ona skierowana zawsze przeciwnie do kierunku ruchu ciała, a jej wartość jest równa wartości siły nacisku klocka na podłoże pomnożonej przez bezwymiarowy współczynnik tarcia:

$$T = fN.$$

Ponieważ wartość siły nacisku jest równa $Fg_{\perp}$, możemy zapisać:

$$T = fmg\cos\alpha$$

.

Aby opisać ruch ciała w kierunku równoległym do powierzchni równi, zwróćmy uwagę, że w tym kierunku działają na nie dwie siły: składowa równoległa siły ciężkości (zwana też siłą zsuwającą Fs) oraz siła tarcia. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona, możemy zatem zapisać:

$$ma = Fg_{\parallel} - T = mg\sin\alpha - fmg\cos\alpha$$

$$a = g\sin\alpha - fg\cos\alpha$$

Gdy występuje tarcie, ciało na równi nadal poruszać się będzie ruchem jednostajnie przyspieszonym, z przyspieszeniem zależnym od kąta nachylenia równi. Wartość tego przyspieszenia będzie jednak mniejsza niż w przypadku ruchu bez tarcia. Zwróć ponadto uwagę, że dla pewnych wartości kąta α przyspieszenie będzie równe zeru, co oznacza, że ciało nie zacznie poruszać się w dół równi. Sytuację taką rozważymy w jednym z zadań.

W ogólności, gdyby na ciało na równi działało więcej sił, należy każdą z nich rozłożyć na składowe prostopadłe i równoległe do równi. Znajomość składowych równoległych (w tym siły tarcia) pozwoli określić przyspieszenie ciała. Aby wyznaczyć siłę tarcia, niezbędna jest jednak znajomość składowych prostopadłych. Będą wnosić wkład do łącznej siły nacisku – a więc i do siły tarcia.

Przykład

Rozważmy ruch sanek początkowo spoczywających na szczycie zbocza o kącie nachylenia 30° i wysokości h = 4 m. Spróbujmy określić, jak długo sanki będą zjeżdżały na dół, jeśliwspółczynnik tarcia o zbocze wynosi f = 0,1.

Dane i szukane:

Dane:

kąt nachylenia zbocza α = 30°

wysokość zbocza h = 4 m

współczynnik tarcia f = 0,1

przyspieszenie ziemskie g = 9,81 m/s^2

Szukane:

czas ruchu sanek na zboczu tr = ?

Analiza zadania:

Zbocze występujące w naszym przykładzie oraz siły działające na sanki w kierunku ich ruchu przedstawiliśmy na Rys. 2.

Rys. 2. Parametry zbocza występującego w zadaniu

Sanki będą poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym pod wpływem składowej zsuwającej siły ciężkości oraz siły tarcia. Aby ustalić, ile czasu zajmie im zjechanie na dół, musimy w pierwszej kolejności ustalić jaka będzie wartość przyspieszenia i jaką drogę sanki przebędą. Aby wyznaczyć przyspieszenie, musimy określić wartości działających sił.

Rozwiązanie:

Składowa równoległa siły ciężkości wynosi $Fg \parallel = mg \sin \alpha$. Z kolei, wartość siły tarcia opisana jest wzorem $T = fN = fmg \cos \alpha$. Zapiszmy równanie wynikające z II zasady dynamiki Newtona:

$$ma = Fg \parallel - T = mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha$$

,

$$a = g \sin \alpha - fg \cos \alpha$$

,

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

.

Sanki przebywają drogę wzdłuż powierzchni równi s. Aby wyznaczyć jej wartość, posłużymy się prostymi relacjami trygonometrycznymi w trójkącie prostokątnym:

$$\sin \alpha = hs \rightarrow s = h \sin \alpha$$

.

Ruch sanek jest ruchem jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej. Możemy zapisać zatem:

s=12at2 → t=2sa.

Do wyrażenia opisującego czas ruchu wstawmy teraz otrzymane wcześniej wyrażenia opisujące drogę i przyspieszenie, a następnie podstawmy odpowiednie wartości i jednostki:

t=2sa=2h sin α g(sin α -f cos α)=2hg sin α (sin α -f cos α)=2 · 4m9,81ms2 · 12 · (12-0,1 · 32) ≈ 1,99s

[mms2=s]

Odpowiedź:

Czas zjeżdżania sanek to ok. 1,99 s.

Komentarz:

Zwróć uwagę, że czas ruchu sanek jest bardzo krótki. Wynika to z dużego kąta nachylenia stoku przyjętego w tym zadaniu do obliczeń. Rzeczywiste górki posiadają nachylenie nie przekraczające zwykle 10°. Np. dla kąta nachylenia 8°, czas zjazdu wyniósłby ok. 12,1 s.

Słowniczek

współczynnik tarcia

(*ang.: friction coefficient*) wielkość charakteryzująca stykające się ze sobą powierzchnie.

tarcie

(*ang.: friction*) zjawisko uniemożliwiające lub utrudniające przesuwanie się względem siebie dwóch powierzchni.

siła nacisku

(*ang.: normal force*) siła z jaką ciało działa na daną powierzchnię wzdłuż prostej normalnej (prostopadłej) do tej powierzchni.

Film samouczek

Ruch ciała na równi pochyłej z uwzględnieniem tarcia

Film przedstawia rozwiązanie zadania polegającego na wyznaczeniu przyspieszenia ciała poruszającego się na równi pochyłej w przypadku, gdy na ciało działa dodatkowa siła skierowana wzdłuż równi w górę.

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Polecenie 1

Na równi pochyłej o kącie nachylenia α znajduje się klocek o masie m. Klocek jest ciągnięty siłą F skierowaną wzdłuż równi, w dół. Współczynnik tarcia klocka o równię wynosi f, przyspieszenie ziemskie – g. Uzupełnij równanie ruchu klocka wstawiając odpowiednie wyrażenia z podanych poniżej.

mgcosα, -, mgsinα, fmgsinα, +, fmgcosα

ma=F+ ....

Polecenie 2

Oblicz wartość przyspieszenia klocka w sytuacji opisanej w Poleceniu 1. dla następujących danych: α=25°, F=5N, m=0,75kg, f=0,12, g=9,81ms2. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

a = ...,............ m/s^2

Sprawdź się

Ćwiczenie 1

Zaznacz prawdziwe spośród poniżej przedstawionych zdań.

- Siła tarcia będzie rosła wraz z rosnącym kątem nachylenia równi.
- Siła nacisku klocka na podłoże będzie malała wraz z rosnącym kątem nachylenia równi.
- Składowa zsuwająca siły ciężkości będzie malała wraz z malejącym kątem nachylenia równi.
- Wszystkie wymienione odpowiedzi są prawidłowe.

Ćwiczenie 2

Wskaż, które zdanie jest nieprawdziwe.

- Przyspieszenie ciała na równi podczas zsuwania rośnie wraz ze współczynnikiem tarcia.
- Im większy jest kąt nachylenia równi, tym większa wartość przyspieszenia.
- Przyspieszenie ciała będzie malało, jeśli wzrastać będzie współczynnik tarcia.
- Ciało może nie zsuwać się z równi dla małych kątów jej nachylenia.

Ćwiczenie 3

Wyznacz wartość przyspieszenia narciarza jadącego po stoku o kącie nachylenia 17°. Współczynnik tarcia nart o zbocze wynosi f = 0,02. Przyjmij wartość g = 9,81 m/s^2, a wynik zaokrąglij do trzech cyfr znaczących.

Odpowiedź: a = ... m/s^2.

Ćwiczenie 4

Na wyścigach saneczkarskich jedna z drużyn zjechała ze zbocza o kącie nachylenia α = 30° i długości s = 100 m, osiągając końcową prędkość v_k = 18 m/s. Zakładając, że ruch sanek był jednostajnie przyspieszony, a prędkość początkowa równa była zeru, wyznacz współczynnik tarcia sanek o podłoże. Wynik zaokrąglij do trzech cyfr znaczących. Wartość przyspieszenia ziemskiego g = 9,81 m/s^2.

Odpowiedź: f = ...

Ćwiczenie 5

Sanki zjeżdżają po zboczu pagórka nachylonego pod kątem α do poziomu. Współczynnik tarcia sanek o śnieg wynosi f. Wyznacz warunek jaki musi być spełniony, aby sanki poruszały się ruchem jednostajnym.

Ćwiczenie 6

Na klocek o masie m = 500 g znajdujący się na równi o kącie nachylenia α = 45° może działać siła F w kierunku poziomym, o zwrocie zarówno „do”, jak i „od” równi. Wyznacz graniczne wartości siły F, dla których ciało na równi pozostaje w spoczynku. Przyjmij, że siła F skierowana „od” równi ma wartość dodatnią. Wynik zaokrąglij do trzech cyfr znaczących. Wartość współczynnika tarcia wynosi f = 0,15, a wartość przyspieszenia ziemskiego g = 9,81 m/s^2.

Odpowiedź:
$F1$ = ... N,
$F2$ = ... N.

Ćwiczenie 7

Na równi pochyłej o kącie nachylenia 60° znajduje się klocek o masie m = 250 g. Współczynnik tarcia klocka o równię wynosi f = 0,2. Z jaką siłą F, skierowaną równolegle do równi w kierunku jej szczytu, klocek jest ciągnięty, jeżeli porusza się w dół ruchem jednostajnym? Przyjmij, że g = 9,81 m/s^2, a wynik zaokrąglij do dwóch cyfr znaczących.

Odpowiedź: F = ... N.

Ćwiczenie 8

Na równi pochyłej o kącie nachylenia α = 45° znajduje się klocek o masie m = 0,6 kg. Współczynnik tarcia klocka o równię wynosi f = 0,05. Do klocka, oprócz sił standardowo pojawiających się na równi pochyłej, przyłożono dodatkową siłę F = 1,2 N skierowaną poziomo, w kierunku od równi. Wyznacz przyspieszenie klocka. Przyjmij, że g = 9,81 m/s^2, a wynik zaokrąglij do dwóch cyfr znaczących.

Odpowiedź: a = ... m/s^2.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Przemysław Michalski
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	**Jakie siły wpływają na ruch na równi pochyłej?**
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	**Cele kształcenia – wymagania ogólne** II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. **Zakres rozszerzony** **Treści nauczania – wymagania szczegółowe** I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji; 15) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych i złożonych; zapisuje wynik pomiaru wraz z jego jednostką oraz z uwzględnieniem informacji o niepewności; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów. II. Mechanika. Uczeń: 23) opisuje ruch ciał na równi pochyłej.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	**Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:** • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśnia, jakie siły działają na ciało na równi pochyłej, rozkłada je składowe równoległe i prostopadłe do równi. 2. podaje związek między siłą nacisku a siłą tarcia oraz związek siły nacisku z kątem nachylenia równi. 3. opisuje ruch ciała na równi pochyłej. 4. przeprowadza doświadczenia weryfikujące uzyskany opis teoretyczny. 5. porównuje otrzymane wyniki doświadczalne z teorią i wskazuje przyczyny potencjalnych rozbieżności.
Strategie nauczania:	flipped classroom
Metody nauczania:	- wykład informacyjny, - eksperymenty.
Formy zajęć:	Praca indywidualna oraz zespołowa (przy eksperymentach).

Środki dydaktyczne:	Tor powietrzny oraz równia pochyła o zmiennym kącie nachylenia, kątomierz lub linijka, klocki do równi i toru (do równi – kilka klocków z różnych materiałów, o różnych współczynnikach tarcia statycznego).
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel, na poprzedniej lekcji, zleca uczniom zapoznanie się z tekstem z części „Przeczytaj” niniejszego e-materiału. Wprowadzenie tematyki zajęć – równia pochyła jako przybliżenie górskiego zbocza, stoku, skoczni narciarskiej, dzięki czemu można opisać ruch sanek, skoczka narciarskiego, narciarza, itd. Wspólne przypomnienie z uczniami opisu ruchu na równi bez tarcia i z tarciem.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel dzieli uczniów na dwie grupy, wykonujące równolegle różne doświadczenia, a następnie zamieniające się. Doświadczenie 1 – sprawdzanie zależności przyspieszenia ciała na równi od kąta nachylenia (bez tarcia). Nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie toru powietrznego – ustawienie go pod kątem do poziomu. Uczniowie umieszczają na górze toru klocek i mierzą czas jego zsuwania się do dołu toru dla kątów nachylenia równi zmieniających się np. co 10°. Pomiar czasu dla każdego kąta nachylenia uczniowie przeprowadzają kilka (np. 5) razy. Na podstawie zmierzonej dodatkowo długości toru wyznaczają przyspieszenie klocka oraz rysują zależność przyspieszenia klocka od kąta nachylenia. Nauczyciel prosi dodatkowo uczniów o analizę niepewności. Doświadczenie 2 – ruch na równi z tarciem. Nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie równi. Uczniowie wyznaczają dla jakiego kąta nachylenia klocek zaczyna się poruszać. Pomiar ten powtarzają kilka (np. 10) razy. Na tej podstawie wyznaczają współczynnik tarcia statycznego klocka o równię. Uczniowie następnie powtarzają doświadczenie dla klocków z innego materiału.	
Faza podsumowująca:	
Sprawdzenie (np. przez wykreślenie w arkuszu kalkulacyjnym zależności teoretycznej i doświadczalnej, z niepewnościami), czy otrzymany w doświadczeniu 1 wykres pokrywa się z teoretyczną zależnością $a = g \sin \alpha$. Wskazanie przyczyn potencjalnych rozbieżności. Omówienie wyników doświadczenia 2 – jaki współczynnik tarcia został wyznaczony w doświadczeniu (współczynnik tarcia statycznego)? Porównanie otrzymanych wyników z teoretyczną zależnością $a=g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$, gdy $a = 0$. Wskazanie potencjalnych przyczyn rozbieżności.	
Praca domowa:	
Rozwiązanie zadań z części „Sprawdź się” tego e-materiału.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:	Film samouczek można wykorzystać jako dodatkowe zadanie do rozwiązania (np. jako praca domowa), a następnie porównać otrzymany wynik z przedstawionym poprawnym rozwiązaniem.