

## Graniastosłup - opis

Materiał składa się z sekcji: "Rodzaje graniastosłupów", "Elementy graniastosłupa", "Rysowanie graniastosłupów".

Materiał zawiera 11 ilustracji (fotografii, obrazów, rysunków), 3 filmy, 31 ćwiczeń, w tym 22 interaktywne.

Rysunki - rodzaje graniastosłupów, elementy graniastosłupów.

Przykłady - elementy graniastosłupów, rysowanie graniastosłupów, obliczanie długości odcinków w graniastosłupach.

Ćwiczenia - rodzaje graniastosłupów i ich elementy,

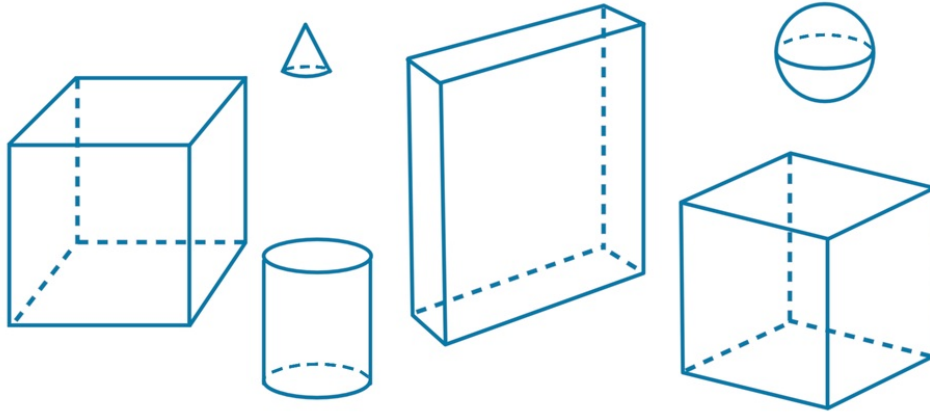
# Graniastosłup - opis

---

## Rodzaje graniastosłupów



Na płaszczyźnie figury przestrzenne przedstawiamy w uproszczeniu.



Film dostępny na portalu [epodreczniki.pl](http://epodreczniki.pl)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

---

Prostopadłościan i sześcian są przykładami graniastosłupów prostych.

Graniastosłup prosty ma dwie podstawy w kształcie przystających wielokątów, leżące w równoległych płaszczyznach. Ściany boczne są prostokątami prostopadłymi do podstaw.

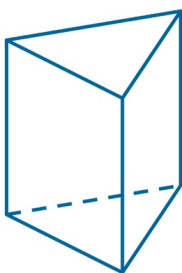
Nazwa graniastosłupa zależy od wielokąta, będącego jego podstawą.

### Definicja: Graniastosłup prosty

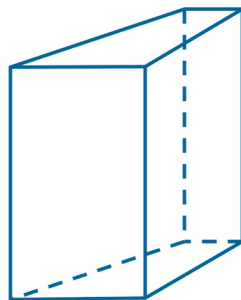
Graniastosłup prosty to taka figura przestrzenna, która ma

- dwie podstawy będące jednakowymi wielokątami,
- ściany boczne będące prostokątami.

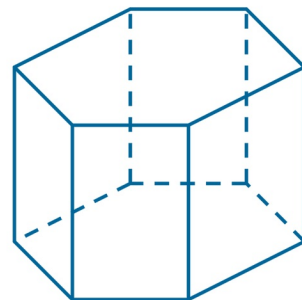
Nazwa graniastosłupa zależy od rodzaju wielokąta w podstawie.



graniastosłup prosty  
trójkątny



graniastosłup prosty  
czworokątny



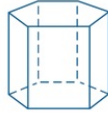
graniastosłup prosty  
sześciokątny

Przykład ①



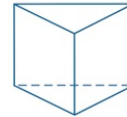
Gnaniastolup o podstawie kwadratu.

Przykład ②



Gnaniastolup o podstawie sześciokąta.

Przykład ③



Gnaniastolup o podstawie trójkąta.

Film dostępny na portalu [epodreczniki.pl](https://epodreczniki.pl)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje przykłady trzech figur przestrzennych, które są gnaniastolupem o podstawie kwadratu, gnaniastolupem o podstawie sześciokąta i gnaniastolupem o podstawie trójkąta.

Jeśli podstawą gnaniastolupa prostego jest wielokąt foremny (np. trójkąt równoboczny, kwadrat, pięciokąt foremny, sześciokąt foremny), wówczas gnaniastolup taki nazywamy prawidłowym.

Inny rodzaj gnaniastolupów to gnaniastolupy pochyłe. Ich ściany boczne są równoległobokami. Najczęściej leżą w płaszczyznach, które nie są prostopadłe do podstaw.

## Elementy gnaniastolupa

### Ważne!

Gnaniastolup ma dwie podstawy w kształcie wielokątów. Liczba ścian bocznych zależy od liczby boków podstawy. Ściany boczne są prostokątami (w przypadku gnaniastolupów prostych) lub równoległobokami. Krawędzie boczne są równoległe i równe.

Obejrzyj dokładnie model gnaniastolupa.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

### Przykład 1

Rysunek przedstawia gnaniastolup.

- Określ liczbę wierzchołków podstawy dolnej i liczbę wszystkich wierzchołków.
- Ile krawędzi bocznych ma ten gnaniastolup? Ile ma wszystkich krawędzi?
- Ile ścian bocznych ma gnaniastolup? Ile ma wszystkich ścian?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Przykład 2

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest trójkąt o polu  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$

. Wysokość graniastosłupa jest równa 12 cm

. Oblicz, ile centymetrów listewek potrzeba na wykonanie szkieletowego modelu tego graniastosłupa.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Graniastosłup jest prawidłowy trójkątny, zatem jego podstawą jest trójkąt równoboczny.

Obliczamy długość a krawędzi podstawy – korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego.

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = P \quad \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 25\sqrt{3} a^2 = 100$$

$$a = \sqrt{100} a = 10 \text{ cm}$$

Wszystkie krawędzie boczne graniastosłupa są równe i mają długość 12 cm

.

Graniastosłup ma 6

krawędzi podstaw i 3

krawędzie boczne. Zatem potrzeba 6

listewek długości 10 cm

i trzech długości 12 cm

.

$$6 \cdot 10 + 3 \cdot 12 = 60 + 36 = 96$$

Odpowiedź.

Na wykonanie modelu graniastosłupa potrzeba 96 cm

listewek.

Wysokością graniastosłupa nazywamy odległość między płaszczyznami zawierającymi jego podstawy.

W przypadku graniastosłupów prostych, wysokość jest równa długości krawędzi bocznej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przekątna graniastosłupa to odcinek łączący dwa wierzchołki leżące w różnych podstawach i różnych ścianach bocznych.

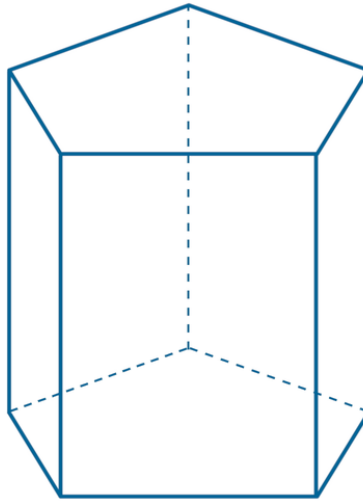
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Rysowanie graniastosłupów

Rysowanie graniastosłupa najlepiej rozpocząć od narysowania jego podstawy dolnej. Następnie rysujemy krawędzie boczne i łączymy ich końce, tworząc wielokąt będący podstawą górną. Niewidoczne krawędzie warto zaznaczyć liniami przerywanymi.

### Przykład 3

Narysuj graniastosłup prosty, który w podstawie ma pięciokąt.



Film dostępny na portalu [epodreczniki.pl](http://epodreczniki.pl)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

### Ćwiczenie 1

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Podstawą graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest trójkąt prostokątny.
- Podstawy graniastosłupa są wzajemnie prostopadłe.
- Graniastosłup ma tyle krawędzi bocznych, ile ma wierzchołków.
- Każda z podstaw graniastosłupa pochyłego ma inną liczbę krawędzi.

### Ćwiczenie 2

Uzupełnij tabelę, Określ w każdym z graniastosłupów liczbę ścian bocznych, wierzchołków, krawędzi bocznych i podstaw.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij tabelkę.

Tabela. Dane

Nazwa graniastosłupa	Liczba ścian bocznych	Liczba wierzchołków	Liczba krawędzi bocznych	Liczba podstaw
<i>A</i>				
<i>B</i>				
<i>C</i>				

### Ćwiczenie 3

Wskaż figurę, która nie może być podstawą graniastosłupa.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- A
- B
- C
- D

### Ćwiczenie 4

Pewien graniastosłup ma 16 wierzchołków. Ile krawędzi ma ten graniastosłup?

- 32
- 64
- 8
- 24

### Ćwiczenie 5

Uzupełnij zdania.

1. Graniastosłup, który nie ma przekątnej, ma ...krawędzi. Jego podstawą jest...
2. Sześcian to graniastosłup prawidłowy ...
3. Podstawą graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest....

### Ćwiczenie 6

Nie istnieje graniastosłup, który ma

- 7 wierzchołków
- 7 krawędzi bocznych
- 7 krawędzi jednej z podstaw
- wysokość równą 7

### Ćwiczenie 7

Prawdą jest, że

- W graniastosłupie prawidłowym wszystkie krawędzie są równe.
- Jeśli wszystkie krawędzie graniastosłupa są równe, to jest to graniastosłup prawidłowy.
- Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego jest zawsze parzysta.
- Krawędzie boczne graniastosłupa prostego są równe.

### Ćwiczenie 8

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Każdy prostopadłościan jest graniastosłupem prostym.
- Każdy graniastosłup prawidłowy czworokątny jest sześcianem.
- Każdy sześcian jest graniastosłupem prawidłowym czworokątnym.

### Ćwiczenie 9

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Jeśli w graniastosłupie prostym wszystkie ściany są przystającymi kwadratami, to graniastosłup ten jest prawidłowy.
- Jeśli w graniastosłupie prostym podstawy są wielokątami przystającymi, to graniastosłup ten jest prawidłowy.
- Jeśli w graniastosłupie prostym ściany boczne są przystającymi prostokątami, to graniastosłup ten jest prawidłowy.

### Ćwiczenie 10

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- W graniastosłupie prostym ściany boczne są prostokątami.
- W graniastosłupie krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw.
- Graniastosłup prawidłowy jest graniastosłupem prostym.
- W graniastosłupie prawidłowym podstawy są wielokątami foremnymi.
- W graniastosłupie prawidłowym ściany boczne są przystającymi prostokątami

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

### Ćwiczenie 11

Zaznaczony odcinek w graniastosłupie to:

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- przekątna ściany bocznej
- wysokość
- przekątna podstawy
- przekątna graniastosłupa

### Ćwiczenie 12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 13

Podaj, ile krawędzi, ścian i wierzchołków ma graniastosłup, którego podstawa jest:

1. ośmiokątem
2. dwudziestokątem
3. stukątem

### Ćwiczenie 14

W miejsce kropek wpisz odpowiednią liczbę.

1. Liczba krawędzi graniastosłupa o 20 wierzchołkach. -...
2. Liczba ścian bocznych graniastosłupa, mającego 15 krawędzi. -...
3. Liczba wierzchołków graniastosłupa zbudowanego z 22 ścian. -...

### Ćwiczenie 15

W miejsce kropek wpisz odpowiednią liczbę.

1. Liczba przekątnych graniastosłupa o podstawie czworokątnej ...
2. Liczba przekątnych graniastosłupa o podstawie pięciokątnej ...
3. Liczba przekątnych graniastosłupa o podstawie sześciokątnej ...
4. Liczba przekątnych graniastosłupa o podstawie siedmiokątnej ...

### Ćwiczenie 16

Uzupełnij.

- a) Graniastosłup o podstawie czworokątnej posiada ..... przekątne.
- b) Graniastosłup o podstawie pięciokątnej posiada ..... przekątnych.
- c) Graniastosłup o podstawie sześciokątnej posiada ..... przekątnych.
- d) Graniastosłup o podstawie siedmiokątnej posiada ..... przekątnych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 17

Ile przekątnych ma

1. graniastosłup ośmiokątny?
2. graniastosłup stukątny?
3. graniastosłup n-kątny?

### Ćwiczenie 18

Podstawą graniastosłupa prostego o wysokości 10 cm jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości 2 cm i 3 cm

. Najdłuższa z przekątnych ścian bocznych ma długość

- $\sqrt{113}$  cm
- 10 cm
- $\sqrt{9}$  cm
- $\sqrt{13}$  cm

### Ćwiczenie 19

Przekątna ściany bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest nachylona do podstawy pod kątem  $60^\circ$

. Krawędź podstawy ma długość 2 cm

. Oblicz długość tej przekątnej i wysokość graniastosłupa.

### Ćwiczenie 20

W graniastosłupie prawidłowym, którego wysokość jest równa 10 cm, podstawą jest sześciokąt o krawędzi długości 2 cm

. Oblicz długości przekątnych tego graniastosłupa.

### Ćwiczenie 21

Oblicz sumę długości krawędzi graniastosłupa prawidłowego o wysokości równej 4 dm, którego podstawą jest:

1. trójkąt o boku długości 9 cm
2. kwadrat o boku długości 5 cm
3. pięciokąt o boku długości 1 dm